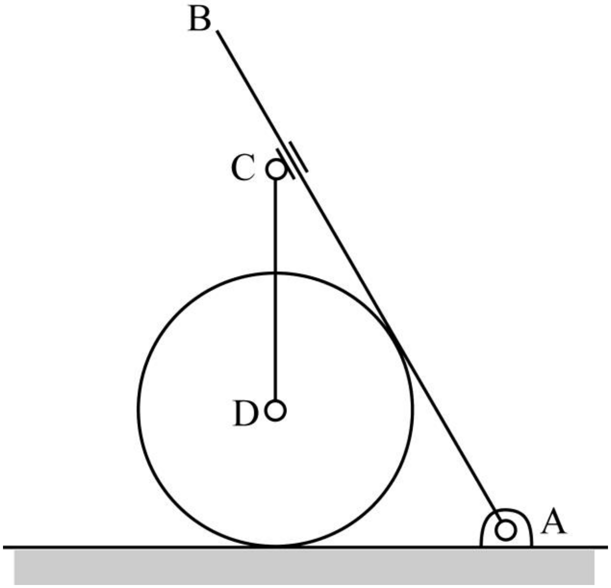
Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Julio 17
Nombre...

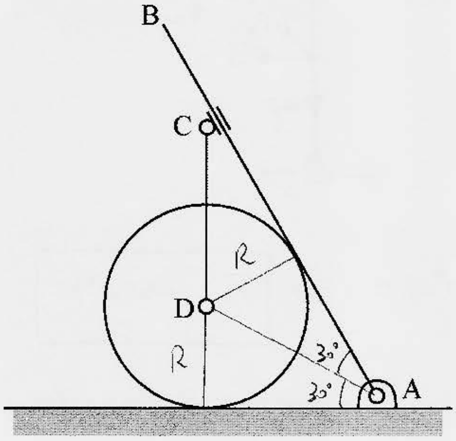
En el mecanismo de la figura y para la posición representada, en la que la barra AB forma 60º con la horizontal y la barra CD se halla vertical, obtener la velocidad angular de la barra CD y la velocidad angular del disco, sabiendo que la barra AB posee una velocidad angular ω saliente. El disco, de radio R, rueda en su contacto con el suelo y desliza en su contacto con la barra AB.



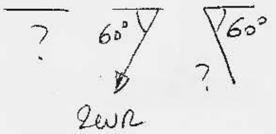
Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Julio 17

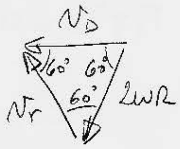
Nombre...

1- En el mecanismo de la figura y para la posición representada, en la que la barra AB forma 60° con la horizontal y la barra CD se halla vertical, obtener la velocidad angular de la barra CD y la velocidad angular del disco, sabiendo que la barra AB posee una velocidad angular ω saliente. El disco, de radio R, rueda en su contacto con el suelo y desliza en su contacto con la barra AB.



$v_D = v_a + v_r$ (con AB)



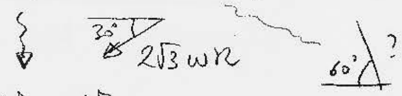


$v_D = 2\omega R =$

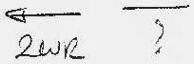
$= \omega_{Disco} R$

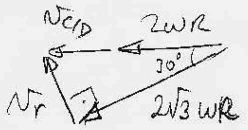
$\boxed{\omega_{Disco} = 2\omega \circlearrowright}$

$v_C = v_a + v_r$ (con AB)



$v_D + v_{C/D}$



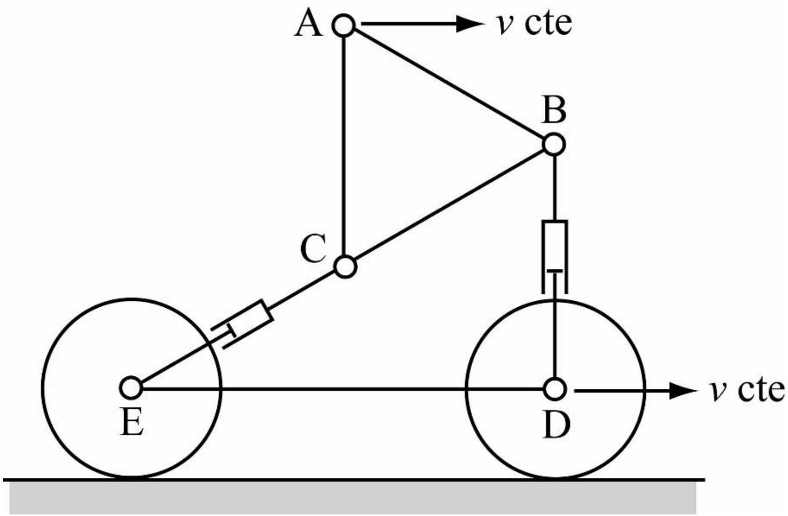


$$\left(v_{C/D} + 2\omega R\right)\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}\,\omega R$$

$$v_{C/D} = 2\omega R = 2R\omega_{CD} \Rightarrow \boxed{\omega_{CD} = \omega \circlearrowright}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 19
Nombre..

El vehículo de la figura está formado por: (i) dos discos de radio *R* que hacen de ruedas y que siempre se hallan en contacto puntual con el suelo y en régimen de rodadura; (ii) dos elementos muelle-amortiguador, BD y CE, que forman las suspensiones delantera y trasera, respectivamente; (iii) el triángulo equilátero ABC, de lado *L*, que hace las veces de chasis; (iv) el acoplador DE, que conecta los centros de ambos discos y da rigidez al conjunto.



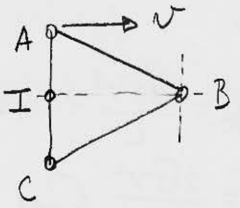
a) Determinar el número de grados de libertad del vehículo.

En la posición de la figura, CE=*L*, CE está alineado con BC, formando ambos un ángulo de 30º con la horizontal, y BD se halla vertical. Si se sabe que tanto la velocidad de A como la de D son horizontales y de valor *v* constante, y que tanto la velocidad como la aceleración de B son verticales, determinar:

b) La velocidad angular del chasis.
c) La velocidad relativa entre los elementos del muelle-amortiguador BD.
d) La velocidad relativa entre los elementos del muelle-amortiguador CE.
e) La aceleración angular del chasis.
f) La aceleración relativa entre los elementos del muelle-amortiguador BD.
g) La aceleración relativa entre los elementos del muelle-amortiguador CE.

a) $\left.\begin{matrix} n = 9 \\ p_I = 10 \end{matrix}\right\} \boxed{g = 3(9-1) - 2\times 10 = 4}$

b)



El centro instantáneo de rotación del chasis estará en el punto I. Entonces,

$v_A = \omega \cdot IA \Rightarrow v = \omega \frac{L}{2} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{2v}{L}}$ ↻ entr

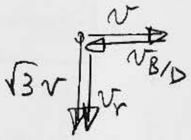
c) La velocidad de B es, $v_B = \omega \cdot IB = \frac{2v}{L} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} L = \sqrt{3}\, v \downarrow$

$v_B = v_a + v_r$ (sólido inferior de elemento muelle-amort: $\boxed{1}$)

$\downarrow \sqrt{3}\, v$ $|\,?$

$v_D + v_{B/D}$

$\xrightarrow{} v$ $\overline{}\ ?$



$v_{B/D} = v = \omega_1 L \Rightarrow \omega_1 = \frac{v}{L}$ ↺ sal

$\boxed{v_r = \sqrt{3}\, v \downarrow}$

B se acerca a D

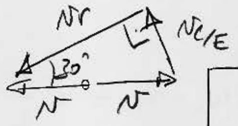
d) La velocidad de C es, $v_C = \omega \cdot IC = \frac{2v}{L} \cdot \frac{L}{2} = v \leftarrow$

$v_C = v_a + v_r$ (sólido inferior de elemento muelle-amort: $\boxed{2}$)

$\leftarrow v$ $?\ 30°$

$v_E + v_{C/E}$

$\rightarrow v$ $60°\ ?$



$v_{C/E} = v = \omega_2 L \Rightarrow \omega_2 = \frac{v}{L}$ ↺ sal

$\boxed{v_r = \sqrt{3}\, v}$ 30°

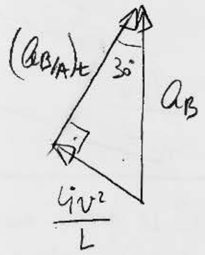
C se acerca a E

e) $a_B = a_A + a_{B/A}$

$|\,?$ $= 0$ n t

30°   ? 60°

$\omega^2 L = \frac{4v^2}{L}$



$(a_{B/A})_t = \frac{4\sqrt{3}\, v^2}{L} = \alpha L$

$\boxed{\alpha = \frac{4\sqrt{3}\, v^2}{L^2}}$ ↺ sal

$a_B = \frac{\frac{4v^2}{L}}{1/2} = \frac{8v^2}{L} \uparrow$

f) $a_B = a_e + a_r + a_{cor}$ ($\boxed{1}$)

$\uparrow \frac{8v^2}{L}$ $\quad \downarrow \quad | \, ?$

$2\omega_1 \wedge v_r = 2\frac{v}{L}\sqrt{3}v = \frac{2\sqrt{3}v^2}{L} \rightarrow$

↶ ⊙

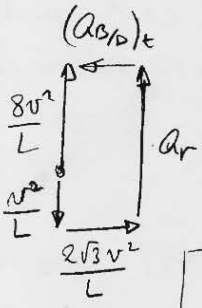
$a_D + a_{B/D}$

$a_D = 0$

$a_{B/D}$: n, t

n: $\downarrow \omega_1^2 L = \frac{v^2}{L}$

t: ?



$(a_{B/D})_t = \frac{2\sqrt{3}v^2}{L} = \alpha_1 L$

$\alpha_1 = \frac{2\sqrt{3}v^2}{L^2}$ ↶ sal

$$\boxed{a_r = \frac{9v^2}{L} \uparrow}$$

B se frena en su movimiento hacia D

g) La aceleración de C es: $a_C = a_A + a_{C/A} =$ $a_C = \frac{8v^2}{L}$ 30°

$a_A = 0$

$a_{C/A}$: n, t

n: $\uparrow \omega^2 L = \frac{4v^2}{L}$

t: $\rightarrow \alpha L = \frac{4\sqrt{3}v^2}{L}$

$a_C = a_e + a_r + a_{cor}$ ($\boxed{2}$)

$\frac{8v^2}{L}$ 30° $\quad \downarrow \quad$? 30°

$2\omega_2 \wedge v_r = 2\frac{v}{L}\sqrt{3}v = \frac{2\sqrt{3}v^2}{L}$ 60°

↶ 30°

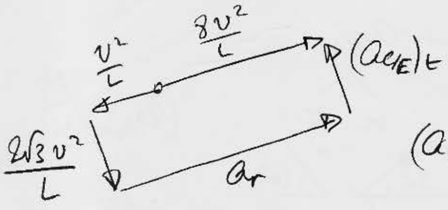
$a_E + a_{C/E}$

$a_E = 0$

$a_{C/E}$: n, t

n: 30° $\omega_2^2 L = \frac{v^2}{L}$

t: 60° ?



$(a_{C/E})_t = \frac{2\sqrt{3}v^2}{L} = \alpha_2 L$

$\alpha_2 = \frac{2\sqrt{3}v^2}{L^2}$ ↶ sal

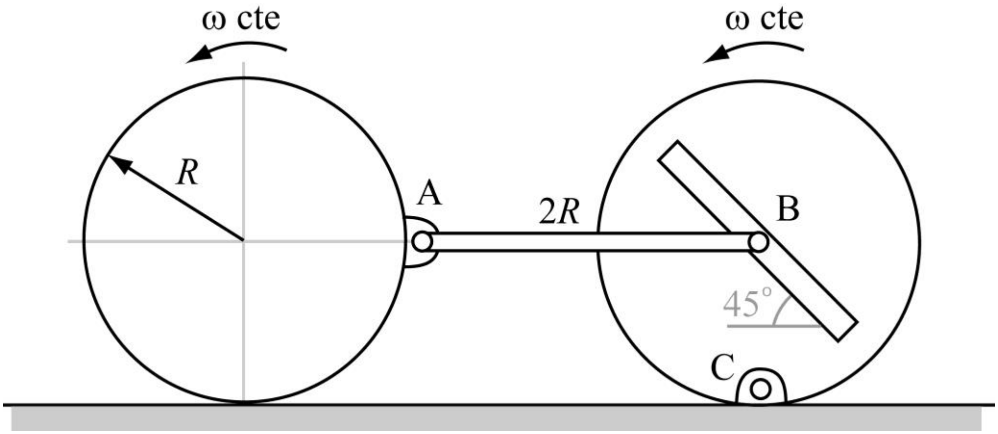
$$\boxed{a_r = \frac{9v^2}{L} \; 30°}$$

C se frena en su movimiento hacia E

Ejercicio de TEORIA DE MAQUINAS – 2019/2020

Nombre...

La figura muestra un mecanismo formado por dos discos de radio *R*, y una barra de longitud 2*R* articulada en su extremo izquierdo al primer disco en el punto A, y cuyo extremo derecho, B, ha moverse en una ranura practicada en el segundo disco. El primer disco (izquierda) rueda sobre el suelo, mientras que el segundo disco (derecha) está articulado al suelo en el punto C. Ambos discos se mueven con velocidad angular ω constante, con sentido saliente.



Determinar:

a) Grados de libertad del mecanismo.

b) Velocidad del punto A de la barra AB.

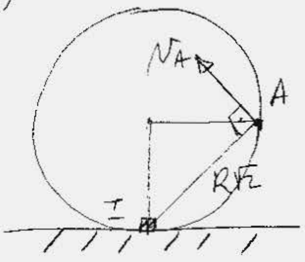
c) Velocidad angular de la barra AB.

d) Aceleración del punto A de la barra AB.

e) Aceleración angular de la barra AB.

a) $\left.\begin{array}{l} n = 4 \\ p_{I} = 3 \\ p_{II} = 1 \end{array}\right\} \quad g = 3(4-1) - 2\times 3 - 1 = \boxed{2 = g}$

b)



$$N_A = N_I + N_{A/I}$$
$$\overset{\shortparallel}{0} \qquad \omega R\sqrt{2} \quad 45°$$

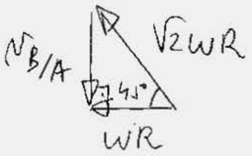
$$\boxed{N_A = \sqrt{2}\,\omega R \quad 45°}$$

c) $N_B = N_A + N_{B/A}$

$\quad 45° \quad \sqrt{2}\omega R \qquad |?$

$N_a + N_r$ (disco ranurado)

$\leftarrow \omega R \quad 45°\,?$



$N_r = 0$

$N_{B/A} = \omega R = \omega_{AB} 2R$

$$\boxed{\omega_{AB} = \frac{\omega}{2} \curvearrowright \text{entrante}}$$

d) $a_A = a_I + a_{A/I} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a_A = \omega^2 R \leftarrow}$

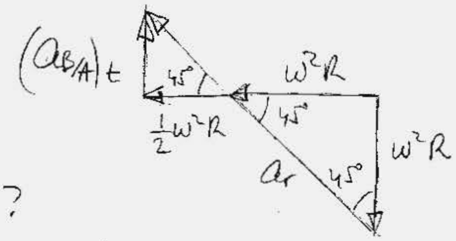
$\uparrow \omega^2 R \quad 45° \; \omega^2 R\sqrt{2}$

e) $a_B = a_A + a_{B/A}$

$\qquad \leftarrow \omega^2 R \qquad \begin{array}{c} n \quad t \\ \leftarrow \omega_{AB}^2 2R \quad |? \\ \shortparallel \frac{1}{2}\omega^2 R \end{array}$

$a_a + a_r + a_{cor}$ (disco ranur)

$\downarrow \omega^2 R \quad 45°\,? \quad \overset{\shortparallel}{0}$

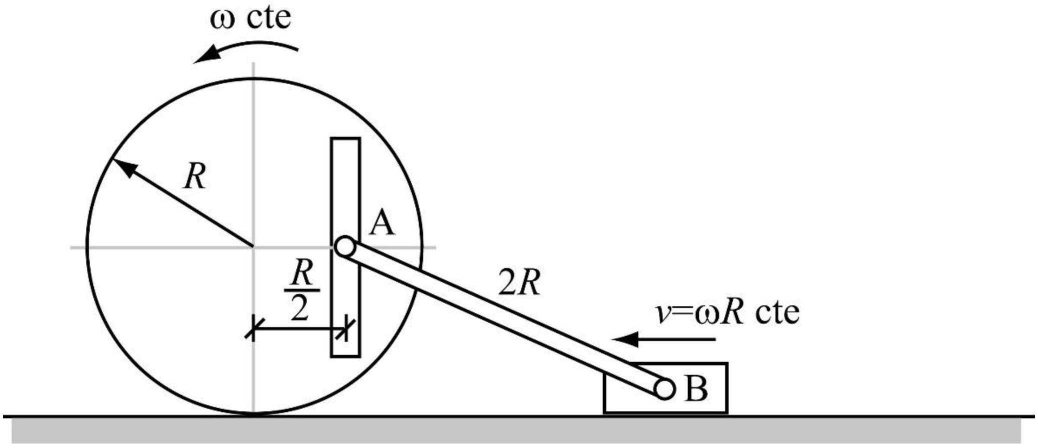


$(a_{B/A})_t = \frac{1}{2}\omega^2 R = \alpha_{AB} 2R$

$$\boxed{\alpha_{AB} = \frac{1}{4}\omega^2 \circlearrowleft \text{sal}}$$

Ejercicio de TEORIA DE MAQUINAS – 2020/2021
Nombre..

La figura muestra un mecanismo formado por un disco de radio R, que rueda sobre el suelo con velocidad angular ω constante, una barra de longitud $2R$, y un bloque, que desliza sobre el suelo con velocidad constante $v=\omega R$. El extremo derecho de la barra, B, está articulado al bloque, mientras que el extremo izquierdo de la barra, A, está obligado a moverse por una ranura practicada en el disco.



Determinar:
a) Grados de libertad del mecanismo.
b) Velocidad angular de la barra AB.
c) Aceleración angular de la barra AB.

a) $\left.\begin{array}{l} n = 4 \\ p_I = 3 \\ p_{II} = 1 \end{array}\right\} g = 3(4-1) - 2\times 3 - 1 = \boxed{2 = g}$

b) $v_A = v_a + v_r$ (disco)

$$v_r = \frac{WR}{2}\downarrow$$

$$\cancel{v_B + v_{A/B}} \qquad \cancel{\overset{\leftarrow}{WR}} \quad ?\angle 60^\circ$$

$$v_a = v_C + v_{A/C} \qquad \cancel{\overset{\leftarrow}{WR}} \quad \uparrow W\frac{R}{2}$$

v_r |?

$$v_{A/B} = 0 = \omega_{AB} 2R \Rightarrow \boxed{\omega_{AB} = 0}$$

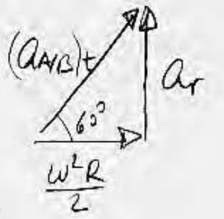
c) $a_A = a_a + a_r + a_{cor}$ (disco)

a_r |?

$$a_{cor} = 2W\frac{WR}{2} = W^2R \rightarrow$$

$$a_A = a_B + a_{A/B}, \quad a_B = 0, \quad (a_{A/B})_n = 0, \quad (a_{A/B})_t\ ?\angle 60^\circ$$

$$a_a = a_C + a_{A/C}, \quad a_C = 0, \quad (a_{A/C})_n = \overset{\leftarrow}{\omega^2\frac{R}{2}}, \quad (a_{A/C})_t = 0$$



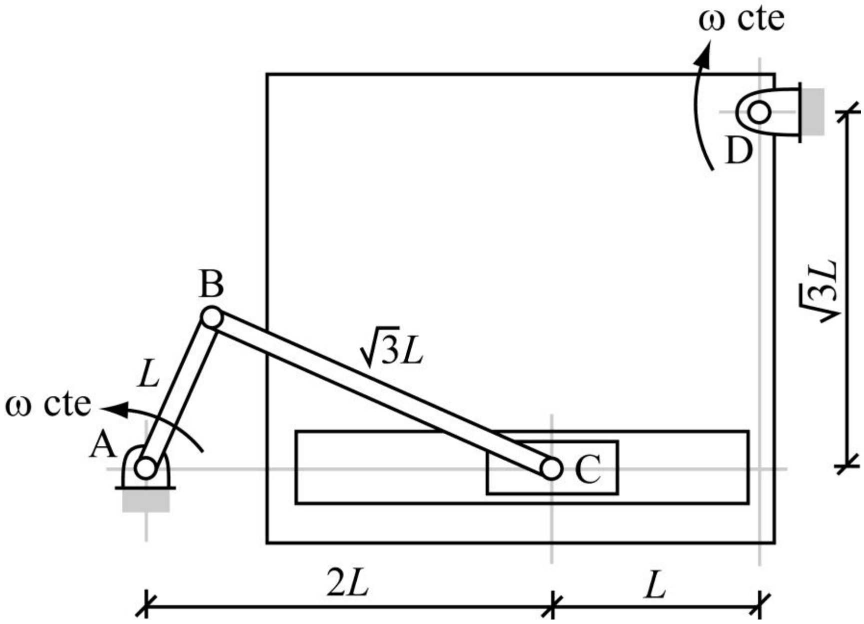
$$(a_{A/B})_t = \frac{\frac{1}{2}\omega^2 R}{\cos 60} = \omega^2 R = \alpha_{AB} 2R$$

$$\boxed{\alpha_{AB} = \frac{\omega^2}{2} \curvearrowleft_{lutr}}$$

Nota: C es el centro del disco.

Ejercicio de TEORIA DE MAQUINAS – 2021/2022
Nombre...

La figura muestra un mecanismo formado por la barra AB de longitud L, la barra BC de longitud $\sqrt{3}L$, y la placa rectangular articulada al suelo en D y con una ranura por la que desliza el bloque C.

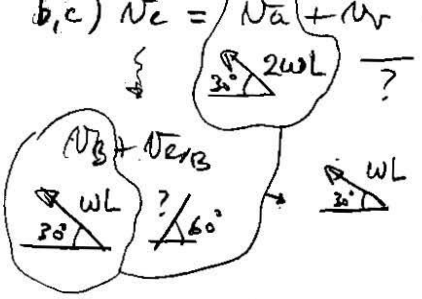


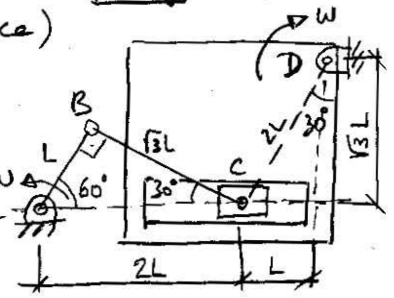
Si, en el instante representado en la figura, las barras AB y BC se hallan perpendiculares entre sí, la velocidad angular de la barra AB es ω saliente y constante, y la velocidad angular de la placa rectangular es ω entrante y constante, determinar:

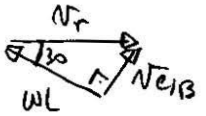
a) Grados de libertad del mecanismo.
b) Velocidad angular de la barra BC.
c) Velocidad relativa del bloque C respecto a la placa rectangular.
d) Aceleración angular de la barra BC.
e) Aceleración relativa del bloque C respecto a la placa rectangular.

a) $n=4,\ p_I=3,\ p_{II}=1 \Rightarrow g=3(4-1)-2\times3-1=\boxed{2=g}$

b,c) $v_C = v_a + v_r$ (con la placa)





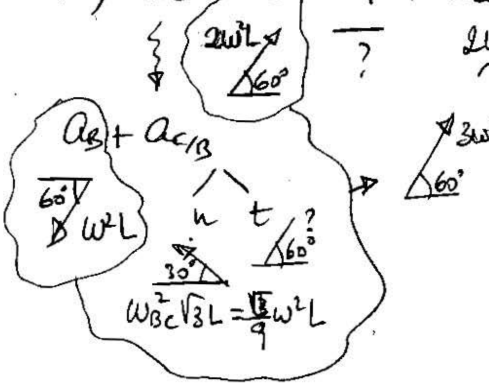


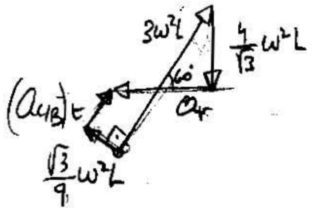
$v_{C/B} = \omega L\,\mathrm{tg}\,30 = \frac{\sqrt3}{3}\omega L = \sqrt3 L\omega_{BC} \Rightarrow \boxed{\omega_{BC}=\frac{\omega}{3}\ ↺}$

$\boxed{v_r = \frac{\omega L}{\cos 30} = \frac{2\omega L}{\sqrt3} \rightarrow}$

d,e) $a_C = a_a + a_r + a_{cor}$ (con la placa)

$2\omega\wedge v_r = 2\omega\frac{2\omega L}{\sqrt3} = \frac{4}{\sqrt3}\omega^2 L \downarrow$





Proy. vertical

$$\frac{4}{\sqrt3}\omega^2L + \frac{\sqrt3}{9}\omega^2L\,\mathrm{sen}\,30 + (a_{C/B})_t\,\mathrm{sen}\,60 = 3\omega^2L\,\mathrm{sen}\,60$$

$$(a_{C/B})_t = 3\omega^2L - \frac{4}{\sqrt3}\omega^2L\frac{2}{\sqrt3} - \frac{\sqrt3}{9}\omega^2L\frac12\cdot\frac{2}{\sqrt3} = \left(3-\frac83-\frac19\right)\omega^2L =$$

$$= \frac{27-24-1}{9}\omega^2L = \frac29\omega^2L = \alpha_{BC}\sqrt3 L \Rightarrow \boxed{\alpha_{BC} = \frac{2}{9\sqrt3}\omega^2\ ↺}$$

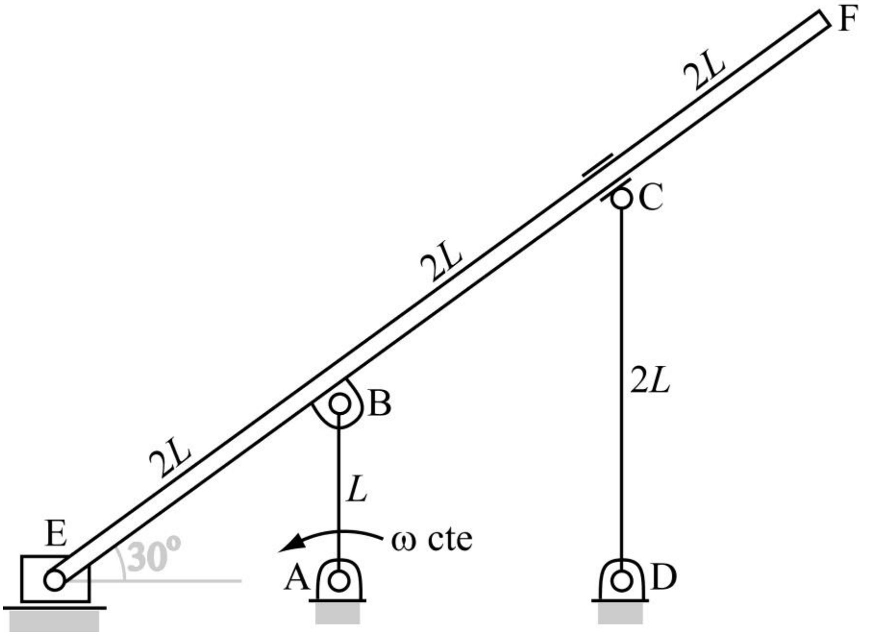
Proy. horizontal

$$3\omega^2L\cos60 + \frac{\sqrt3}{9}\omega^2L\cos30 = (a_{C/B})_t\cos60 + a_r$$

$$\boxed{a_r = \left(\frac32+\frac16-\frac19\right)\omega^2L = \frac{27+3-2}{18}\omega^2L = \frac{14}{9}\omega^2L \leftarrow}$$

Ejercicio de TEORIA DE MAQUINAS – 2022/2023
Nombre..

La figura muestra un mecanismo formado por: la barra EF, de longitud 6*L* (EB=2*L*, BC=2*L*, CF=2*L*), articulada en E a un bloque obligado a deslizar sobre el suelo horizontal; la barra AB, de longitud *L*, articulada al suelo en A y a la barra EF en B; la barra CD, de longitud 2*L*, articulada al suelo en D, y conectada a la barra EF mediante un par de articulación y deslizadera.



Si, en el instante representado en la figura, las barras AB y CD se encuentran en posición vertical, la barra EF forma un ángulo de 30º con la horizontal, y la velocidad angular de la barra AB es ω saliente y constante, determinar:

a) Grados de libertad del mecanismo (0.2 puntos).
b) Velocidad del bloque E (0.1 puntos).
c) Velocidad angular de la barra EF (0.1 puntos).
d) Velocidad angular de la barra CD (0.2 puntos).
e) Aceleración del bloque E (0.1 puntos).
f) Aceleración angular de la barra EF (0.1 puntos).
g) Aceleración angular de la barra CD (0.2 puntos).

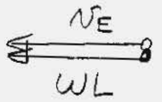
a) $n = 4$

$p_I = 3$

$p_{II} = 2$

$$g = 3(4-1) - 2 \times 3 - 2 = \boxed{1 = g}$$

b,c) $$\underset{?}{\underline{v_E}} = \underset{\xleftarrow{\omega L}}{v_B} + \underset{60°\ ?}{v_{E/B}}$$



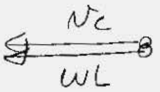
$$\boxed{v_E = \omega L \leftarrow}$$

$$v_{E/B} = 0 = \omega_{EF} 2L \Rightarrow \boxed{\omega_{EF} = 0}$$

d) $$\underset{?}{\underline{v_C}} = v_a + v_r\ (EF)$$

v_r: $\underset{?}{30°}$

$$\underset{\xleftarrow{\omega L}}{v_B} + \underset{0}{\overset{\shortparallel}{v_{C/B}}}$$



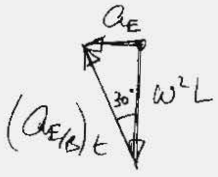
$v_r = 0$

$$v_C = \omega L = \omega_{CD} 2L \Rightarrow$$

$$\boxed{\omega_{CD} = \frac{\omega}{2} \circlearrowleft \text{sal}}$$

e,f) $$\underset{?}{\underline{a_E}} = \underset{\downarrow \omega^2 L}{a_B} + a_{E/B}$$

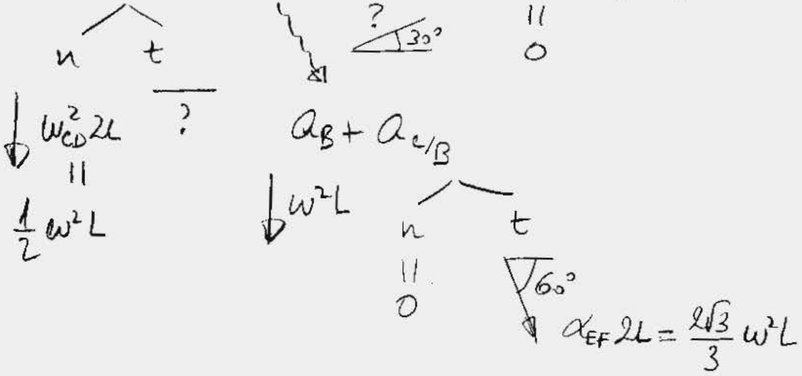
$a_{E/B}$: $\underset{0}{\overset{\shortparallel}{n}}$ $\quad$ $\underset{60°\ ?}{t}$

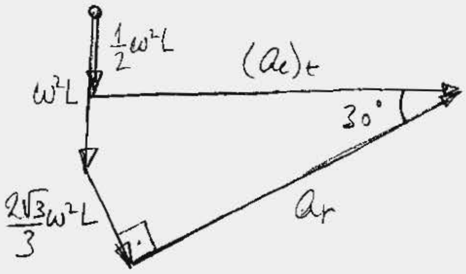


$$a_E = \omega^2 L \operatorname{tg} 30 = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{3} \omega^2 L \leftarrow = a_E}$$

$$(a_{E/B})_t = \frac{\omega^2 L}{\cos 30} = \frac{2\omega^2 L}{\sqrt{3}} = \alpha_{EF} 2L \Rightarrow \boxed{\alpha_{EF} = \frac{\sqrt{3}}{3} \omega^2 \curvearrowright \text{antr}}$$

g) $a_c = a_a + a_r + a_{cor}$ (EF)





Proy. vertical

$$\frac{1}{2}\omega^2 L + \frac{2\sqrt{3}}{3}\omega^2 L \cos 30 = a_r \operatorname{sen} 30 \Rightarrow a_r = 3\omega^2 L$$

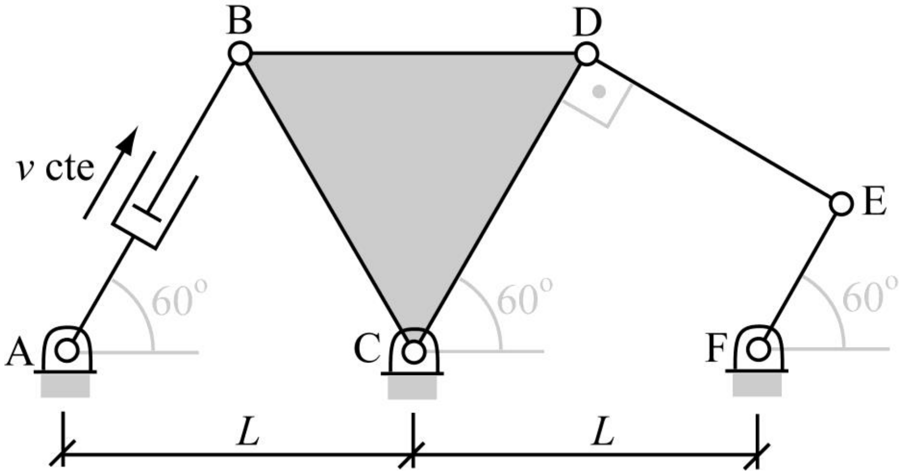
Proy. horizontal

$$(a_c)_t = 3\omega^2 L \cos 30 + \frac{2\sqrt{3}}{3}\omega^2 L \operatorname{sen} 30$$

$$(a_c)_t = \frac{11\sqrt{3}}{6}\omega^2 L = \alpha_{CD}\, 2L \Rightarrow \boxed{\alpha_{CD} = \frac{11\sqrt{3}}{12}\omega^2 \underset{\text{antr}}{\curvearrowleft}}$$

Ejercicio de TEORIA DE MAQUINAS – 2023/2024
Nombre...

La figura muestra un mecanismo formado por el triángulo equilátero BCD, de lado *L*, la barra DE, la barra EF, y el pistón hidráulico AB, formado por dos elementos telescópicos que pueden deslizar entre sí, manteniéndose siempre alineados.

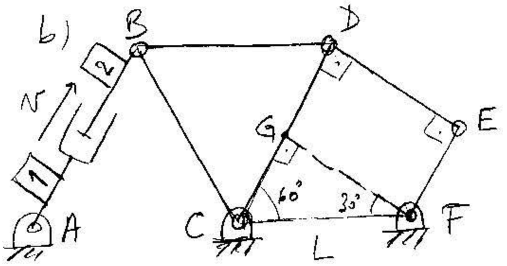


Para la posición del mecanismo representada en la figura, en la que la velocidad de alargamiento del pistón es *v* de valor constante, determinar:

a) Número de grados de libertad del mecanismo.
b) Longitudes de las barras DE y EF.
c) Velocidad angular del elemento triangular BCD.
d) Velocidades angulares de los elementos del pistón AB.
e) Velocidad angular de la barra DE.
f) Velocidad angular de la barra EF.
g) Aceleración angular del elemento triangular BCD.
h) Aceleraciones angulares de los elementos del pistón AB.
i) Aceleración angular de la barra DE.
j) Aceleración angular de la barra EF.

a) $n = 6$, $p_I = 7$ $\Big\}$ $g = 3(6-1) - 2\times 7 = \boxed{1 = g}$

b)



$\overline{FG} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2} L = \overline{DE}}$

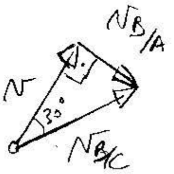
$\overline{CG} = \frac{L}{2} \Rightarrow \overline{DG} = \boxed{\frac{L}{2} = \overline{EF}}$

c/d) $\vec{v}_B = \vec{v}_a + \vec{v}_r$ (respecte a $\boxed{1}$)

$\vec{v}_C + \vec{v}_{B/C}$; $\vec{v}_C = \vec{0}$; ? 30°

$\vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$; $\vec{v}_A = \vec{0}$; 30° ?

v 60°



$$v_{B/C} = \frac{v}{\cos 30} = \frac{2v}{\sqrt{3}} = \omega_{BCD} L \Rightarrow \boxed{\omega_{BCD} = \frac{2v}{\sqrt{3} L} \ \circlearrowright \text{entr}}$$

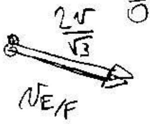
$$v_{B/A} = v \, tg\, 30 = \frac{\sqrt{3}}{3} v = \omega_1 L \Rightarrow \boxed{\omega_1 = \frac{\sqrt{3} v}{3L} = \omega_2 \ \circlearrowright \text{entr}}$$

e) f) $\vec{v}_E = \vec{v}_D + \vec{v}_{E/D}$

$\vec{v}_F + \vec{v}_{E/F}$; $\vec{v}_F = \vec{0}$; 30° ?

30° ; $\omega_{BCD} L = \frac{2v}{\sqrt{3}}$

60° ?



$$v_{E/D} = 0 = \omega_{DE} \frac{\sqrt{3}}{2} L \Rightarrow \boxed{\omega_{DE} = 0}$$

$$v_{E/F} = \frac{2v}{\sqrt{3}} = \omega_{EF} \frac{L}{2} \Rightarrow \boxed{\omega_{EF} = \frac{4v}{\sqrt{3} L} \ \circlearrowright}$$

g) h) $\vec{a}_B = \vec{a}_a + \vec{a}_r + \vec{a}_{cor}$ (respecto a $\boxed{1}$)

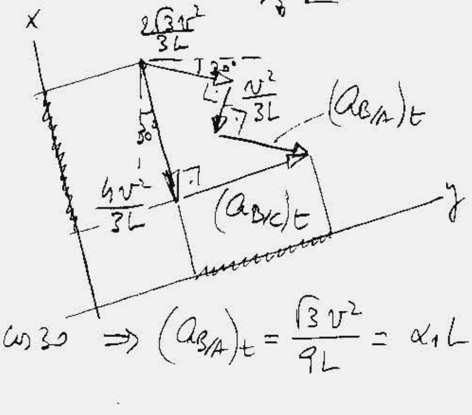
$\vec{a}_r = \vec{0}$

$\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}_{B/C}$, $\vec{a}_C = \vec{0}$; $\vec{a}_{B/C}$: n: 60°, $\omega_{BCD}^2 L = \frac{4v^2}{3L}$; t: 30°, ?

$\vec{a}_a = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$, $\vec{a}_A = \vec{0}$; $\vec{a}_{B/A}$: n: 60°, $\omega_1^2 L = \frac{v^2}{3L}$; t: 30°, ?

$\vec{a}_{cor}$: $2\omega_1 \wedge v_r = 2\frac{\sqrt{3}v}{3L} v = \frac{2\sqrt{3}v^2}{3L}$ 30°

↷ 60°



Proy. en x

$$\frac{4v^2}{3L} = \frac{v^2}{3L}\cos 60 + \left[\frac{2\sqrt{3}v^2}{3L} + (a_{B/A})_t\right]\cos 30 \Rightarrow (a_{B/A})_t = \frac{\sqrt{3}v^2}{9L} = \alpha_1 L$$

$$\boxed{\alpha_1 = \frac{\sqrt{3}v^2}{9L^2} = \alpha_2 \text{ ↷ entr}}$$

Proy. en y

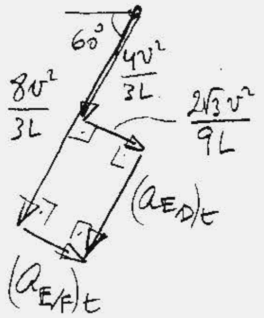
$$(a_{B/C})_t = \left[\frac{2\sqrt{3}v^2}{3L} + \frac{\sqrt{3}v^2}{9L}\right]\cos 60 - \frac{v^2}{3L}\cos 30 = \frac{2\sqrt{3}v^2}{9L} = \alpha_{BCD} L$$

$$\boxed{\alpha_{BCD} = \frac{2\sqrt{3}v^2}{9L^2} \text{ ↷ entr}}$$

i) j) $\vec{a}_E = \vec{a}_D + \vec{a}_{E/D}$ ⟨ n = $\vec{0}$; t ? 60°

$\vec{a}_E = \vec{a}_F + \vec{a}_{E/F}$, $\vec{a}_F = \vec{0}$; $\vec{a}_{E/F}$: n: 60°, $\omega_{EF}^2 \frac{L}{2} = \frac{8v^2}{3L}$; t: 30°, ?

$\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{D/C}$, $\vec{a}_C = \vec{0}$; $\vec{a}_{D/C}$: n: 60°, $\omega_{BCD}^2 L = \frac{4v^2}{3L}$; t: 30°, $\alpha_{BCD} L = \frac{2\sqrt{3}v^2}{9L}$



$$(a_{E/F})_t = \frac{2\sqrt{3}v^2}{9L} = \alpha_{EF}\frac{L}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha_{EF} = \frac{4\sqrt{3}v^2}{9L^2} \text{ ↷ entr}}$$

$$(a_{E/D})_t = \frac{4v^2}{3L} = \alpha_{DE}\frac{\sqrt{3}L}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha_{DE} = \frac{8\sqrt{3}v^2}{9L^2} \text{ ↷ entr}}$$