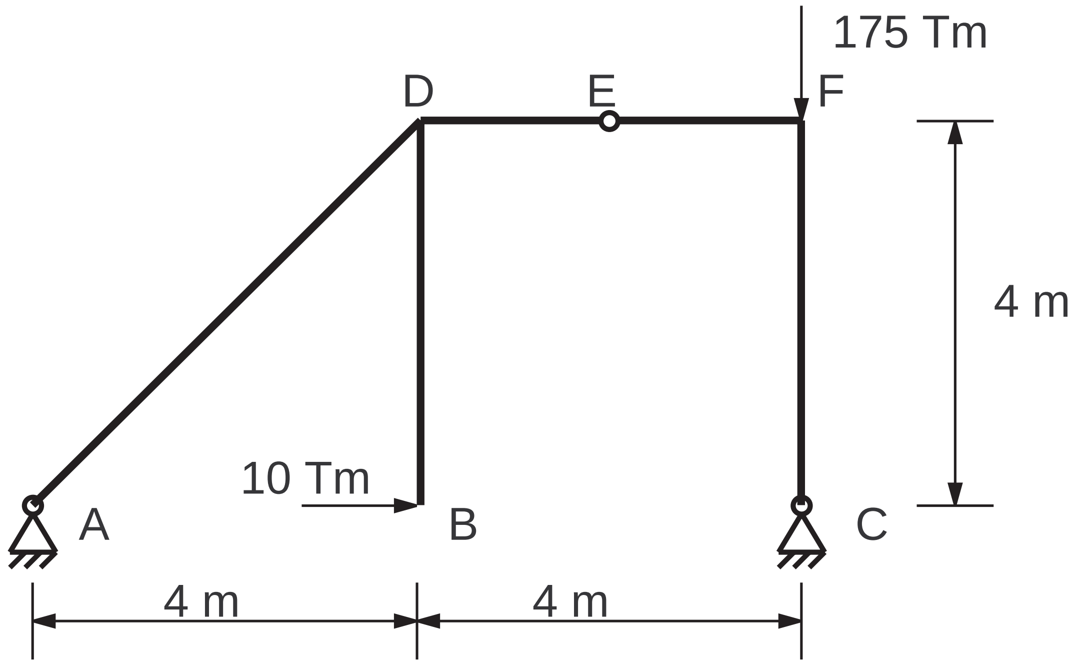
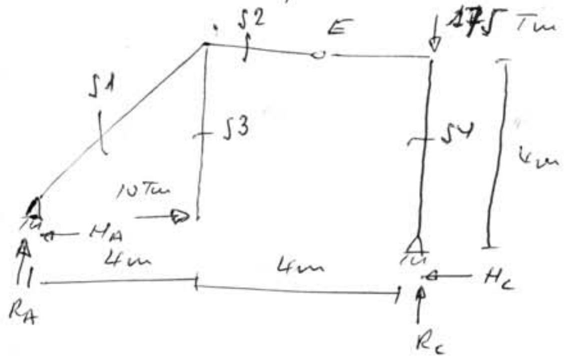
Febrero 2001 (examen parcial)

El pórtico de la figura tiene una articulación en el punto E y está sometido únicamente a dos cargas: una horizontal de 10 Tm en el punto B y otra vertical de 175 Tm en el nudo F. Los tramos DE y EF tienen una longitud de 2 m cada uno. Se pide:

a) Dibujar los diagramas acotados de esfuerzo normal, esfuerzo cortante, momento flector y deformada.
b) Escoger el perfil IPN más adecuado si σ_{adm}=2.000 kg/cm^2. Se empleará el mismo perfil para toda la estructura.
c) Comprobar a pandeo el pilar CF (calcular la carga admisible a pandeo). Para ello se puede suponer el pilar articulado en un extremo y libre en el otro y que el tipo de acero a emplear es A 42. En el caso de que el pilar no resista a pandeo, sugerir las actuaciones que se deben seguir (no es necesario hacer los cálculos).



El primer paso es calcular las reacciones. Para ello utilizamos las ecuaciones de la estática y la propiedad de que la rótula no absorbe momento



$\Sigma M_A = 0$

$175 \cdot 8 - R_C \cdot 8 = 0$

$R_C = 175$ Tm

$\Sigma F_V = 0$

$R_A + R_C - 175 = 0$

$R_A = 0$

$\Sigma F_H = 0$

$10 - H_A - H_C = 0$

$M_E = 0$ (Planteamos que las fuerzas situadas a la derecha de la articulación no pueden producir momento).

$175 \cdot 2 - R_C \cdot 2 + H_C \cdot 4 = 0$

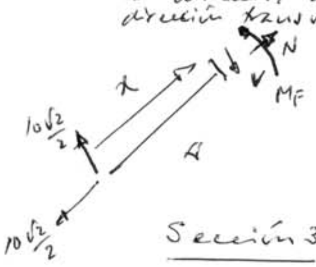
$$H_C = \frac{(R_C - 175)\,2}{4} = 0$$

Entonces de $\Sigma F_H = 0 \Rightarrow H_A = 10$ Tm

Para trazar los diagramas debemos analizar las secciones indicadas en la figura.

Sección 1

Proyectamos la reacción según la directriz de la viga y la dirección transversal

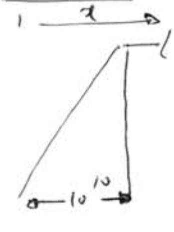


$N = 5\sqrt{2}$

$V = 5\sqrt{2}$

$M_F = 5\sqrt{2} \cdot x$

Sección 2

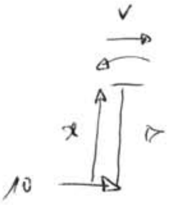


$N = 0$

$V = 0$

$M_F = 0$

Sección 3



$N = 0$

$V = -10$

$M_F = -10 \cdot x$

Sección 4

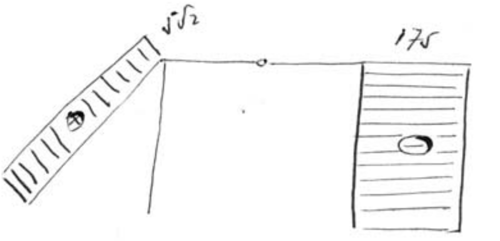
$N = -175$ (Compresión)

$V = 0$

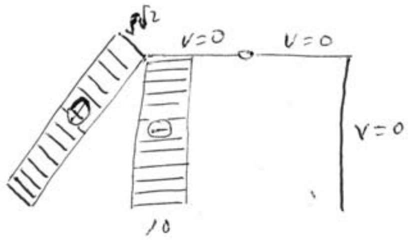
$M_F = 0$

Entonces los diagramas acotados resultan ser los siguientes

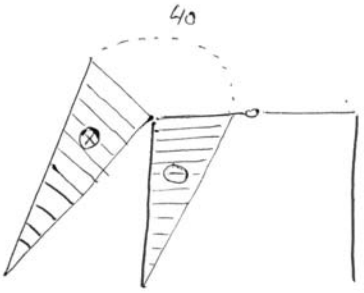
<u>Esfuerzo Normal</u>



<u>Esfuerzo Cortante</u>

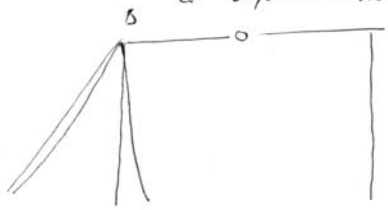


<u>Momento Flector</u>



<u>Deformada Aproximada</u>

En el nudo D se mantienen los ángulos entre las barras, antes y después de la deformación.



Ahora determinamos el perfil a emplear. Dimensionamos en el nudo D, donde tenemos el máximo Momento Flector y, además, esfuerzo normal. A continuación habrá que comprobar el pilar CF a pandeo.

$$\sigma = \frac{M_F}{W} + \frac{N}{A}$$

Al tener 2 incógnitas, W y A, inicialmente dimensionamos sólo para flexión. Después hay que comprobar que la tensión total, debido a flexión y normal, no supere la admisible.

$$W \geq \frac{M_F}{\sigma_{adm}} = \frac{4000000 \text{ kg·cm}}{2000 \text{ kg/cm}^2} = 2000 \text{ cm}^3 \rightarrow \text{IPN } 450 \begin{cases} W = 2040 \\ A = 147 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

Comprobación

$$\sigma = \frac{4000000}{2040} + \frac{5000\sqrt{2}}{147} = 2008'88 > \sigma_{adm}.$$

Luego escogemos el siguiente perfil: IPN 500 $\begin{cases} W = 2750 \text{ cm}^3 \\ A = 180 \text{ cm}^2 \\ i_y = 3'72 \text{ cm} \end{cases}$

Comprobación a pandeo del pilar CF

En el enunciado del problema se nos indica que supongamos el pilar articulado en un extremo y libre en el otro. Una vez hecha esa hipótesis la longitud de pandeo coincide con la del pilar.

$L_p = L = 4\ m = 400\ cm.$

Entonces la esbeltez $\lambda = \frac{L_p}{i_y} = \frac{400}{3'72} = 107'52$

El coeficiente ω para acero A-42 y $\lambda = 107'5$ lo podemos obtener de la media entre el correspondiente a $\lambda = 107$ y $\lambda = 108$.

$$\omega = \frac{2'22 + 2'25}{2} = 2'235$$

Entonces la carga admisible será

$$P_{adm} = \frac{\sigma_{adm} \cdot A}{\omega} = \frac{2000 \cdot 180}{2'235} = 161073\ kg$$

Como soporta una carga de 175 Tm, no es admisible. Habría que aumentar el perfil.

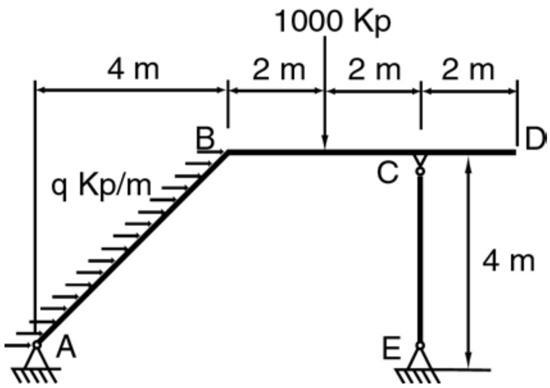
Marzo 2003 (examen parcial).

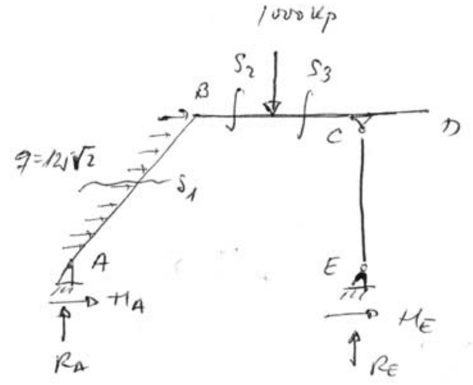
Problema 2

El pórtico de la figura tiene una articulación en el punto C y está sometido a la acción de las cargas indicadas en la figura. La carga uniformemente repartida entre A y B tiene un valor $q = 125\sqrt{2}\ Kp/m$ Se pide:

a) Dibujar los diagramas acotados de esfuerzo normal, esfuerzo cortante, momento flector y deformada.

b) Escoger el perfil IPN más adecuado si σ_{adm}=2.000 kg/cm^2. Se empleará el mismo perfil para toda la estructura, de acero A 42. Comprobar a pandeo el pilar CE.





En primer lugar se calculan las reacciones en A y E. Al haber 4 incógnitas, además de las ecuaciones de la estática, se aplica la ecuación derivada de que la articulación no soporta momentos.

Para aplicar las ecuaciones de la estática se sustituye la carga uniformemente repartida por su resultante $R = q \cdot AB = 125\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} = 1000$ Kp, cuya recta de acción está situada a una altura de 2 m.

$$\Sigma M_A = 0 \qquad R_E \times 8 - 1000 \times 6 - 1000 \times 2 = 0$$

$$\boxed{R_E = \frac{8000}{8} = 1000 \text{ Kp}}$$

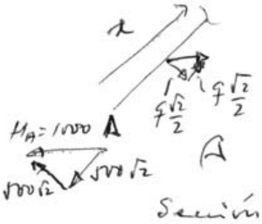
$$\Sigma F_V = 0 \qquad R_A + R_E - 1000 = 0 \rightarrow \boxed{R_A = 0}$$

$$\Sigma F_H = 0 \qquad H_A + H_E + 1000 = 0$$

$$M_C = 0 \qquad H_E \cdot 4 = 0 \rightarrow H_E = 0 \qquad \boxed{H_A = -1000 \text{ Kp}}$$

Para dibujar los diagramas se analizan las secciones indicadas:

Sección 1: Tanto la reacción como la carga q se deben proyectar según la directriz de la viga.

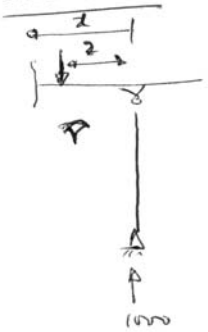


$$N = 500\sqrt{2} - q\frac{\sqrt{2}}{2}x$$

$$V = 500\sqrt{2} - q\frac{\sqrt{2}}{2}x$$

$$M_F = 500\sqrt{2}\,x - q\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{x^2}{2}$$

Sección 2



$N = 0$

$V = 0$

$M_F = 1000x - 1000(x-2)$

$M_F = 2000$

Sección 3

$N = 0$

$V = -1000$

$M_F = 1000x$

Sección 4

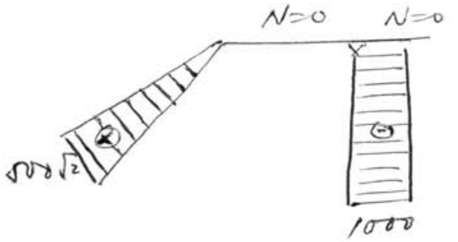
$N = -1000$

$V = 0$

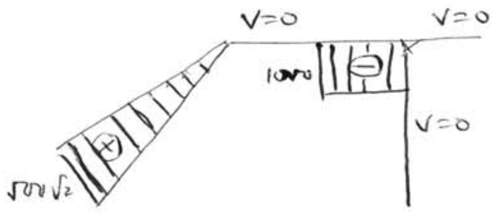
$M_F = 0$

Los diagramas son

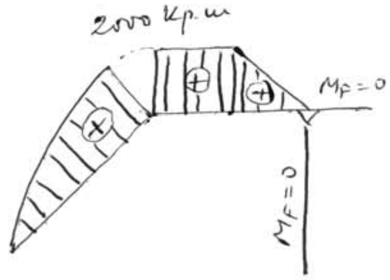
Esfuerzo normal



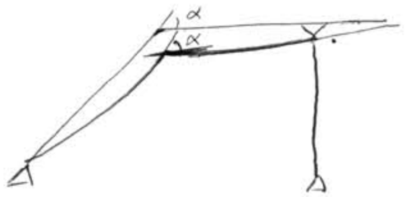
Esfuerzo cortante



Momento flector



Deformada aproximada



El ángulo α entre las tangentes en el nudo debe mantenerse.

Para dimensionar nos fijamos en el nudo B en el que el momento flector es máximo.

$$\sigma = \frac{M_F}{W} \rightarrow W \geq \frac{M_{F\,máx}}{\sigma_{adm}} = \frac{200.000 \text{ Kp cm}}{2000 \text{ Kp/cm}^2} = 100 \text{ cm}^3$$

Seleccionamos el IPN 160 con $\begin{cases} W = 117 \text{ cm}^3 \\ A = 22'8 \text{ cm}^2 \\ i = 1'55 \end{cases}$

En el pilar EC la longitud de pandeo es la longitud del pilar puesto que está articulado en sus extremos. $L_p = L = 400$ cm.

$\lambda = \frac{L_p}{i} = \frac{400}{1'55} = 258'06$ que le corresponde $\omega = 10'44$. Entonces la carga crítica

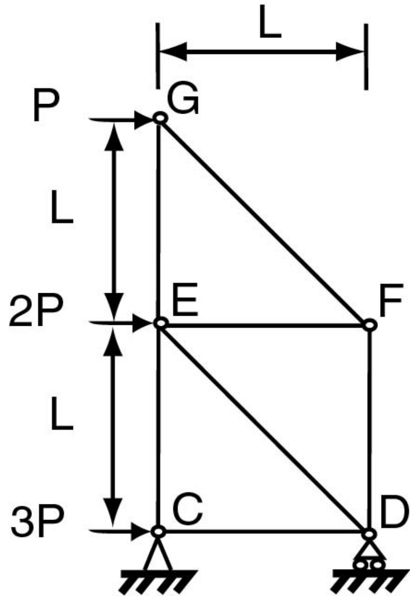
$$P = \frac{\sigma_{adm} \cdot A}{\omega} = \frac{2000 \cdot 22'8}{10'44} = 4367 \text{ Kg}$$

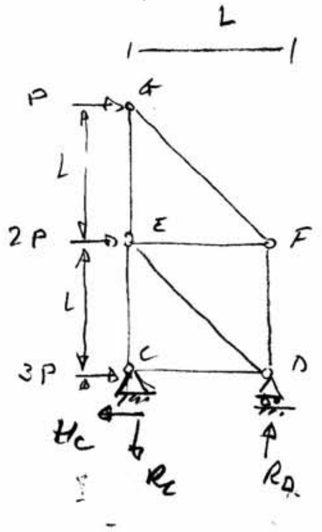
Luego sí soporta la carga de 1000 Kp.

Septiembre 2003

Una celosía similar a la de la figura se utiliza como elemento de contención de la fachada durante obras de restauración de un céntrico edificio de Ferrol. Se pide:

a) Obtener la tensión que soporta cada una de las barras de la celosía en función de P.
b) Escoger el perfil IPN adecuado que soporte esa tensión si P=5.000 Kg y σ_{adm}=2.000 kg/cm^2.
c) Comprobar el perfil escogido a pandeo si L=4 m. Téngase en cuenta que las Normas de edificación permiten una esbeltez máxima λ=250. En caso de que el perfil resulte insuficiente escoger el que se considere necesario.





$\Sigma F_x = 0 \qquad H_C = 6P$

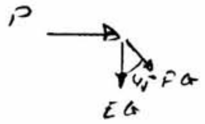
$\Sigma F_y = 0 \qquad -R_C + R_D = 0$

$\Sigma M_C = 0 \qquad 2PL + P \cdot 2L - R_D \cdot L = 0$

$\boxed{R_D = 4P}$

$\boxed{R_C = 4P}$

Nudo G



$P + FG \operatorname{sen} 45 = 0$

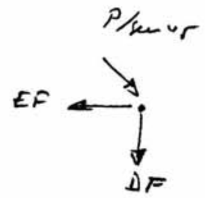
$\boxed{FG = -\dfrac{P}{\operatorname{sen} 45}}$ Comp.

$EG + FG \cos 45 = 0$

$\boxed{EG = -FG \cos 45 = P}$

Barra	Carga	T/C
FG	$P/\operatorname{sen} 45$	C
EG	P	T
DF	P	C
EF	P	T
DE	$\dfrac{3P}{\cos 45}$	C
CE	$4P$	T
CD	$3P$	T

Nudo F



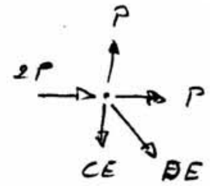
$-DF - P/\operatorname{sen} 45 \cdot \operatorname{sen} 45 = 0$

$\boxed{DF = -P}$

$-EF + \dfrac{P}{\operatorname{sen} 45} \cdot \cos 45 = 0$

$\boxed{EF = P}$

Nudo E



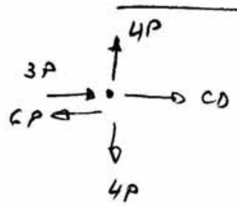
$3P + DE \cos 45 = 0$

$\boxed{DE = -\dfrac{3P}{\cos 45}}$

$P - CE - DE \operatorname{sen} 45 = 0$

$\boxed{CE = P + \dfrac{3P}{\cos 45} \cos 45 = 4P}$

Nudo C



$3P - 6P + CD = 0$

$\boxed{CD = 3P}$

La barra más cargada es la DE con carga $\frac{3P}{\cos\varphi}$. Dimensionamos el perfil ahí

Si $P = 5000$ kg entonces

$$\sigma = \frac{N}{A} \rightarrow A > \frac{N}{\sigma_{adm}} = \frac{\frac{3\times 5000}{\cos 45}}{2000} = 10'6 \text{ cm}^2$$

El IPN 100 está muy justo. Para mayor seguridad, escogemos el IPN-120 con $A = 14'2$ cm^2

Comprobamos el perfil a pandeo (está sometido a compresión). La barra está articulada en sus dos extremos con lo que la longitud de pandeo coincide con la de la barra.

$$L_p = L = 400\sqrt{2} \text{ cm} = 566 \text{ cm}$$

El radio de giro del perfil es $i_y = 1'23$

La esbeltez $\lambda = \frac{L_p}{i_y} = \frac{566}{1'23} = 460'16$

Puesto que la norma no permite $\lambda > 200$, escogemos otro perfil,

$i_y \geq \frac{566}{250} = 2'264 \rightarrow$ IPN-260 con $i_y = 2{,}32$

Entonces $A = 53'4$ cm^2

$$\lambda = \frac{566}{2'32} = 243'9 \simeq 244 \rightarrow \omega = 9'88$$

La carga admisible será

$$P_{adm} \leq \frac{\sigma_{adm} A}{\omega} = \frac{2000 \cdot 53'4}{9'88} = 10809 \text{ kg} < \frac{6\times 5000}{\sqrt{2}}$$

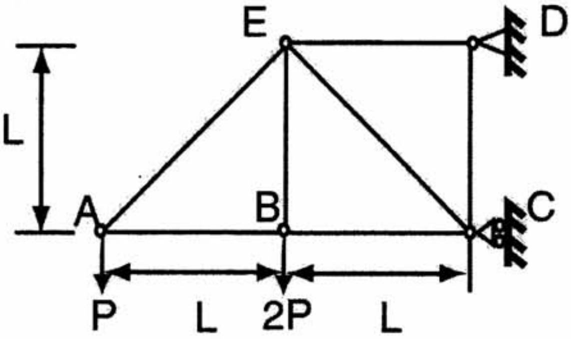
Luego no es suficiente el perfil IPN-260. Tanteando se llega a que con el perfil IPN-340 con $i_y = 2'80$, $A = 86'8 \rightarrow \lambda = 202$ y $\omega = 6'91$

$$P_{adm} \leq \frac{2000 \cdot 86'8}{6'91} = 25123 \text{ Kg}$$

Que sería lo suficiente.

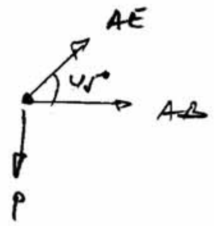
Diciembre 2003.

Determinar las tensiones en cada una de las barra de la armadura de la figura y elegir el perfil IPN de acero A-42 más adecuado si la tensión admisible es σ_{adm}=1.000 Kp/cm^2, P=2 Tm y L=2 m. Verificar el pandeo de las barras sometidas a compresión.



Si empleamos el método de los nudos y comenzamos analizando el nudo A no tenemos necesidad de calcular previamente las reacciones en los apoyos.

Nudo A



Inicialmente se suponen todas las barras sometidas a tracción. Un resultado negativo significará que el esfuerzo es de compresión.

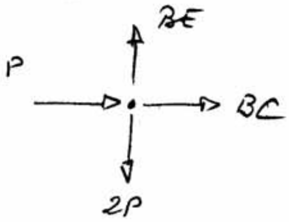
$\Sigma F_V = 0 \qquad AE \operatorname{sen} 45° - P = 0$

$AE = \dfrac{P}{\operatorname{sen} 45} = \sqrt{2}\,P$

$\Sigma F_H = 0 \qquad AB + AE \cos 45 = 0$

$AB = -AE \cos 45 = -P$

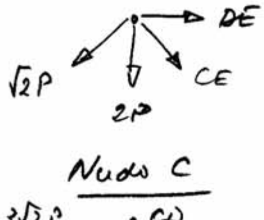
Nudo B



$\Sigma F_H = 0 \qquad P + BC = 0 \rightarrow BC = -P$

$\Sigma F_V = 0 \qquad BE - 2P = 0 \rightarrow BE = 2P$

Nudo E



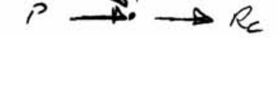
$\Sigma F_V = 0 \qquad -\sqrt{2}P \cos 45 - 2P - CE \cos 45 = 0$

$CE = -\dfrac{3P}{\cos 45} = -3\sqrt{2}\,P$

$\Sigma F_H = 0 \qquad -\sqrt{2}P \operatorname{sen} 45 + CE \operatorname{sen} 45 + DE = 0$

$DE = P + 3P = 4P$

Nudo C



$\Sigma F_H = 0 \qquad P + 3P + R_c = 0 \rightarrow R_c = -4P$

$\Sigma F_V = 0 \qquad CD - 3P = 0 \rightarrow CD = 3P$

Una vez determinado el esfuerzo en cada barra llevamos los resultados obtenidos a una tabla.

Barra	Carga	T/C
AB	P	C
AE	$\sqrt{2}P$	T
BC	P	C
BE	2P	T
CD	3P	T
CE	$3\sqrt{2}P$	C
DE	4P	T

La barra más cargada es la CE. Dimensionamos tomando ese valor

$$\sigma_I = \frac{N}{A} < \sigma_{adm}$$

$$A > \frac{3\sqrt{2}P}{\sigma_{adm}} = \frac{8484}{1000} = 8'5 \text{ cm}^2$$

En principio sirve el perfil IPN-100 con $A = 10'6$ cm² y $i_y = 1'07$ cm.

Como además esa barra está sometida a compresión, verificamos ahí el pandeo. Al estar articulada en sus dos extremos, la longitud de pandeo coincide con la de la barra.

$$L_p = L = 2\sqrt{2} = 282 \text{ cm}$$

La esbeltez $\lambda = \frac{L_p}{i_y} = \frac{282}{1'07} = 263'5$

La norma no admite $\lambda > 250$, escogemos el perfil IPN-120 con $i_y = 1'23$ y $A = 14'2$ cm²

$$\lambda = \frac{282}{1'23} = 225 \longrightarrow \omega = 8'80$$

La carga admisible será:

$$P_{adm} \leq \frac{\sigma_{adm} \cdot A}{\omega} = \frac{1000 \cdot 14'2}{8'80} = 1613'6 \text{ Kg.}$$

Luego no admite esa carga.

Con un IPN 200 ($A = 33'5$ cm² y $i_y = 1'87$ cm)

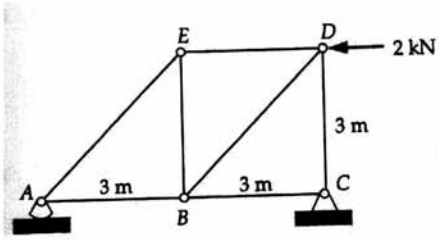
$$\lambda = \frac{282}{1'87} = 151 \longrightarrow \omega = 3'96$$

$$P_{ad} < \frac{1000 \cdot 33'5}{3'96} = 8460 \text{ kg.}$$

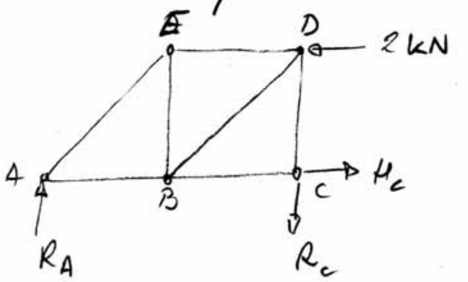
Prácticamente serviría este. De todas formas, el más adecuado para resistir estas cargas es el IPN - 220.

Febrero 2004 (examen parcial).

Calcular el perfil IPN necesario para soportar la carga de 2 kN que está aplicada en el punto D de la estructura de la figura si la tensión admisible es σ_{adm}=1.000 kg/cm^2. Se empleará el mismo perfil, de acero A 42, para todas las barras. En aquellas barras que estén sometidas a compresión se deberá verificar también su resistencia a pandeo. Recuérdese que no se admite una esbeltez λ>250.



En primer lugar, calculamos las reacciones en A y C mediante las ecuaciones de la Estática.



$\Sigma \vec{F}_H = 0 \rightarrow \boxed{H_c = 2\ kN}$

$\Sigma \vec{F}_V = 0 \quad R_A - R_C = 0$

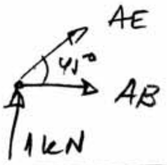
$\Sigma \vec{M}_C = 0 \quad 6 \cdot R_A - 2 \cdot 3 = 0$

$\boxed{R_A = 1\ kN}$

$\boxed{R_C = 1\ kN}$

Ahora, procedemos a calcular, aislando cada nudo, las fuerzas que transmiten las barras.

Nudo A



$\Sigma F_V = 0 \quad AE \operatorname{sen} 45^\circ + 1 = 0$

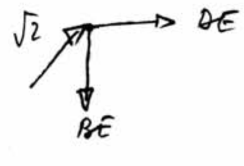
$AE = -\sqrt{2}$ kN Comp.

$\Sigma F_H = 0 \quad AE \cos 45 + AB = 0$

$AB = -AE \cos 45 = 1$ kN Tracc.

Barra	fuerza	T/C
AB	1	T
AE	$\sqrt{2}$	C
BC	2	T
BD	$\sqrt{2}$	C
BE	1	T
CD	1	T
DE	1	C

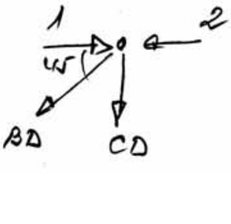
Nudo E



$\Sigma F_V = 0 \quad \boxed{BE = 1\ kN\ \text{Tracc}}$

$\Sigma F_H = 0 \quad \boxed{DE = -1\ kN\ \text{Comp}}$

Nudo D



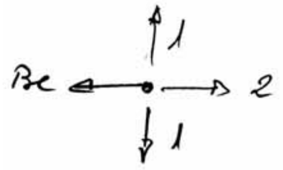
$\Sigma F_H = 0 \quad +1 - 2 - BD \cos 45 = 0$

$BD = -\dfrac{1}{\cos 45} = -\sqrt{2}$ comp

$\Sigma F_V = 0 \quad -CD - BD \operatorname{sen} 45 = 0$

$CD = -BD \operatorname{sen} 45 = 1$ Tracción

Finalmente calculamos el nudo C



$\Sigma F_H = 0 \rightarrow BC = 2\,kN$ Tracción

Además, se comprueba $\Sigma F_V = 0$

Ahora podemos dimensionar las barras. La más cargada es la BC. Entonces, dimensionamos para soportar esa carga

$$\sigma = \frac{F_{BC}}{A} < \sigma_{adm} \rightarrow A > \frac{F_{BC}}{\sigma_{adm}} = \frac{200}{1000} = 0'2\ cm^2$$

(Nota: aproximamos $1\,kg = 10\,N$)

Luego sería suficiente el perfil más pequeño IPN-80 con $A = 7'58\ cm^2$ e $i_y = 0'91\ cm$.

Ahora debemos verificar el pandeo. Las barras más cargadas a compresión son las diagonales. Verificamos si aguantan a pandeo.

$$\lambda = \frac{L_p}{i_y} = \frac{300\sqrt{2}}{0'91} = 466$$ que ya no sería admisible. Por tanto, hay que buscar un perfil que reduzca la esbeltez hasta un valor admisible.

$$i_y \geq \frac{300\sqrt{2}}{250} = 1'69$$

Tomamos el IPN-180 de $A = 27'9\ cm^2$ e $i_y = 1'71$

Ahora $\lambda = \dfrac{300\sqrt{2}}{1'71} = 248$ y $\omega = 10'28$

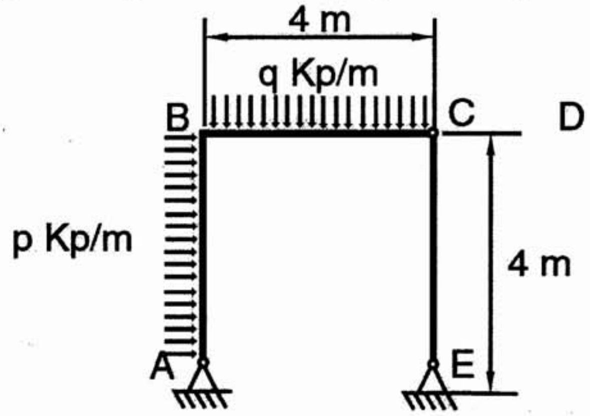
La carga crítica de pandeo será

$$P_{cr} = \frac{\sigma_{adm} \cdot A}{\omega} = \frac{1000 \cdot 27'9}{10'28} = 2714\ kg.$$

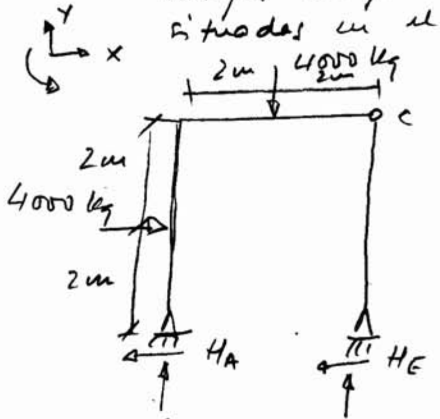
Como las barras soportan una carga de 141 kg, no pandearán.

Junio 2004 (examen final)

El pórtico de la figura presenta una rótula en el nudo C que une el semipórtico ABC con el pilar CE. Recibe una carga horizontal uniformemente repartida p = 1000 Kp/m y otra carga vertical también uniformemente repartida q = 1000 Kp/m según se indica en la figura. Calcular y dibujar, acotados, los diagramas de esfuerzos normales, cortantes y momentos flectores. Dibujar también la deformada aproximada de la estructura. Indicar en qué punto la estructura se verá sometida a la máxima tensión. Calcular el perfil IPN necesario para la estructura si σ_{adm}=2.000 Kg/cm^2. Hallar la carga crítica a pandeo del pilar CE.



Comenzamos calculando las reacciones en los apoyos A y E. Emplearemos las ecuaciones de la estática y la característica de la rótula C que no absorbe momentos. Para el cálculo de las reacciones podemos sustituir las cargas uniformemente repartidas por sus resultantes situadas en el centro de la distribución



$\Sigma \vec{F_V} = 0 \quad R_A + R_E - 4000 = 0 \longrightarrow R_A = 0$

$\Sigma \vec{F_H} = 0 \quad 4000 - H_A - H_E = 0 \longrightarrow H_A = 4000$ Kp

$\Sigma \vec{M_A} = 0 \quad 4 \cdot R_E - 4000 \cdot 2 - 4000 \cdot 2 = 0 \longrightarrow R_E = 4000$ Kp

$M_C = 0 \quad -H_E \cdot 4 = 0 \longrightarrow H_E = 0$

Para dibujar los diagramas de solicitaciones basta con hacer tres secciones: en cada uno de los pilares y en el dintel.

Sección 1

$N = 0$

$V = 4000 - 1000 \cdot x$

$M_F = 4000 \cdot x - 500 x^2$

Sección 2

$N = 0$

$V = -4000 + 1000 \cdot x$

$M_F = 4000 x - 500 x^2$

Sección 3

N

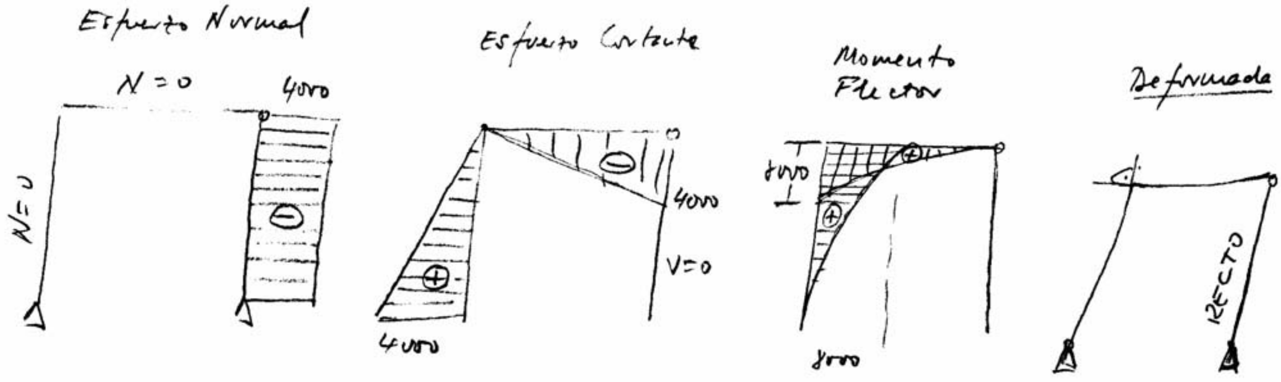
$N = -4000$

$M_F = 0$

$V = 0$

4000

Diagramas



El momento máximo se produce en B y tiene valor $M = 8000$ Kg. m = 800.000 Kp. cm.

El módulo resistente mínimo

$$W > \frac{M}{\sigma_{adm}} = \frac{800.000}{2000} = 400 \text{ cm}^3$$

Escogemos el perfil IPN 260 con $W = 442$ cm^3 y $i_y = i = 2,32$ cm (radio de giro). $A = 53'4$ cm^2

La longitud de pandeo $L_p = L = 400$ cm por estar articulado en ambos el pilar.

$$\lambda = \frac{L_p}{i} = \frac{400}{2{,}32} = 172 \longrightarrow \omega = 5'10$$

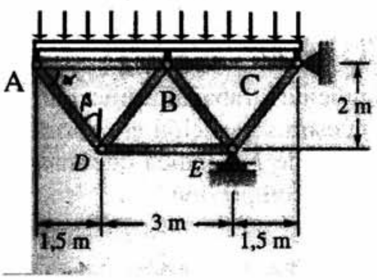
$$P_{crítica} = \frac{\sigma_{adm} \cdot A}{\omega} = \frac{2000 \cdot 53'4}{5'1} = 20941 \text{ Kp}$$

Luego aguantará también la carga a la que está sometido.

Septiembre 2004

1. Se desea emplear una estructura como la de la figura para soportar un andén para un paseo marítimo. Se ha estimado que la carga en el andén será q=2.333 *kg/m*, contemplando todo tipo de sobrecargas, que actúa como se indica en la figura. Dicha carga se transmite del andén a los nudos *A*, *B* y *C* de la estructura. Se pide:
   a) Escoger el perfil IPN para la estructura si σ_{adm}=2.000 kg/cm^2 y se va a emplear acero A 42.
   b) Verificar el comportamiento a pandeo y redimensionar, si fuese necesario, el perfil.
   c) Dimensionar el pasador de la articulación en *C* para soportar las cargas si τ_{adm}=500 kg/cm^2.

q Kp/m



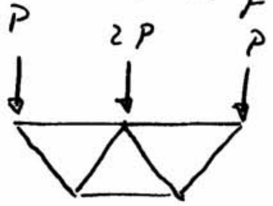
$\alpha = 53'13°$ $\qquad$ $\beta = 36'86°$

$\sin\alpha = 0'8$ $\qquad$ $\sin\beta = 0'6$

$\cos\alpha = 0'6$ $\qquad$ $\cos\beta = 0'8$

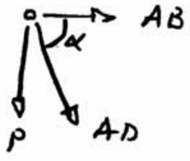
Para escoger el perfil, analizamos los nudos para determinar la barra más cargada. Las cargas que se transmiten a los nudos son:

$Q = 6 \cdot q = 6 \cdot 2333 = 14000$ kg



$P = \dfrac{14000}{4} = 3500$ kg

Nudo A



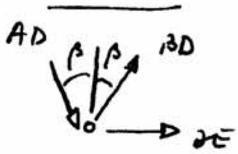
$\Sigma F_y = 0 \quad P + AD \operatorname{sen}\alpha = 0 \quad AD = -\dfrac{P}{0'8} = -1'25\,P$

$AD = -4375$ kg

$\Sigma F_x = 0 \quad AD\cos\alpha + AB = 0$

$AB = -AD\cos\alpha = 0'75\,P = 2625$ kg

Nudo D



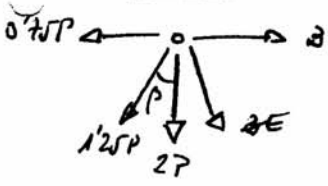
$\Sigma F_y = 0 \quad -AD\cos\beta + BD\cos\beta = 0$

$BD = AD = 1'25\,P = 4375$ kg

$\Sigma F_x = 0 \quad AD \operatorname{sen}\beta + BD \operatorname{sen}\beta + DE = 0$

$DE = -(AD + BD)\operatorname{sen}\beta = -1'5\,P = -5250$ kg.

Nudo B



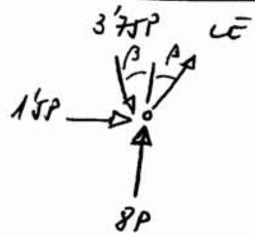
$\Sigma F_y = 0 \quad -1'25P\cos\beta - 2P - BE\cos\beta = 0$

$BE = -3'75\,P = -13125$ kg

$\Sigma F_x = 0 \quad -0'75P - 1'25P\operatorname{sen}\beta - 3'75P\operatorname{sen}\beta + BC = 0$

$BC = 3'75P = 13125$ kg

Nudo E



$\Sigma F_y = 0$

$8P - 3'75P \cos\beta + CE \cos\beta = 0$

$CE = -6'25P = -21875$ kg

Barra	Carga	T/C
AB	0'75 P (2625 kg)	T
AB	1'25 P (4375 kg)	C
BC	3'75 P (13125 kg)	T
BD	1'25 P (4375 kg)	T
BE	3'75 P (13125 kg)	C
CE	6'25 P (21875 kg)	C
DE	1'5 P (5250 kg)	C

La barra más cargada resulta ser la CE. Además, está sometida a compresión y hay que verificar el pandeo.

Compresión

$$\sigma_{adm} < \frac{P}{A} \rightarrow A \geq \frac{P}{\sigma_{adm}} = \frac{21875 \text{ kg}}{2000 \text{ kg/cm}^2} = 10'9 \text{ cm}^2$$

Entonces escogemos el perfil IPN-120 ($A = 14'2$ cm^2 e $i_y = 1'23$ cm)

Comprobación a pandeo

$$\lambda = \frac{250 \text{ cm}}{1'23 \text{ cm}} = 203'2 \rightarrow \omega \simeq 7$$

$$P_{adm} = \frac{2000 \cdot 14'2}{7} = 4057'1 \text{ kg. (NO Aguantará)}$$

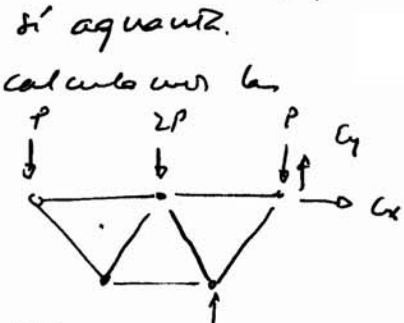
Hay que buscar un perfil más resistente

Tanteando, se llega a que con el IPN 220 ($A = 39'6$ cm^2 e $i_y = 2{,}02$)

$$\lambda = \frac{250}{2'02} = 123'76 \rightarrow \omega \simeq 2'8 \rightarrow P_{adm} = \frac{2000 \cdot 39'6}{2'8} =$$

$P_{adm} = 28285'71$ kg que sí aguanta.

Para dimensionar el bulón calculamos las reacciones:



$\Sigma F_y = 0 \quad 4P - E_y - C_y = 0$

$\Sigma F_x = 0 \quad C_x = 0$

$\Sigma M_c = 0 \quad 1'5 E_y - 2P \cdot 3 - P \cdot 6 = 0$

$E_y = 8P \rightarrow C_y = -4P$

El pasador debe soportar, a cortante, la carga de la reacción en $C' = C_y = 4P = 14000$ kg

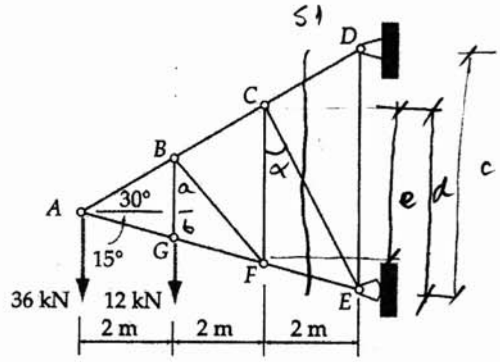
Entonces $\tau_{adm} \leq \frac{14000}{A} \rightarrow A \geq \frac{14000}{500} = 28$ cm^2

El diámetro del pasador será

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 28}{\pi}} = 5'9 \text{ cm}$$

Diciembre 2004.

1. Determinar las tensiones en las barras *CD*, *CE*, *DE* y *EF* de la armadura de la figura y elegir el perfil IPN de acero A-42 más adecuado si la tensión admisible es σ_{adm}=1.000 Kp/cm^2. Verificar el pandeo de las barras sometidas a compresión.



Nota: Se recomienda emplear el método de las secciones o de Ritter.
Recuérdese que las normas no admiten una esbeltez $\lambda > 250$.

Antes de resolver el problema, es conveniente determinar el valor del ángulo α. Para esto, previamente hemos de determinar la distancia d.

$$a = 2 \,\mathrm{tg}\, 30 = 1'154$$

$$b = 2 \,\mathrm{tg}\, 15 = 0'535$$

$$a+b = 1'689$$

Por semejanza de triángulos

$$\frac{a+b}{2} = \frac{c}{6} \rightarrow c = 5'067 \; ; \; \frac{a+b}{2} = \frac{e}{4} \rightarrow e = 3'378$$

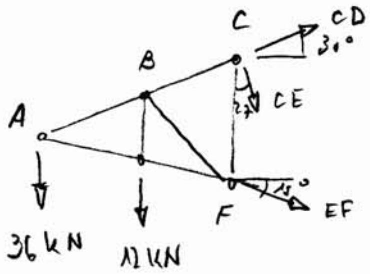
y

$$d = c - a = 3'913$$

Finalmente

$$\alpha = \mathrm{atan}\, \frac{2}{3'913} = 27'07$$

Ahora, aplicamos un corte a la estructura por S1.



$$\Sigma \vec{M}_C = 0 \quad 4 \times 36 + 2 \times 12 + 3'378 \times EF \cos 15 = 0$$

$$\boxed{EF = -\frac{168}{3'378 \times \cos 15} = -51'48 \text{ kN}}$$

$$\Sigma \vec{M}_A = 0 \quad 2 \times 12 + 4 \times CE \cos 27 + 2 \times 1'154 \times CE \,\mathrm{sen}\, 27 = 0$$

$$\boxed{CE = -\frac{24}{(4 \times \cos 27 + 2'308 \times \mathrm{sen}\, 27)} = -5'2 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_E = 0 \quad 6 \times 36 + 4 \times 12 - 3'913 \cdot CD \cos 30 - 2 \cdot CD \,\mathrm{sen}\, 30 = 0$$

$$\boxed{CD = \frac{264}{3'913 \cdot \cos 30 + 2 \cdot \mathrm{sen}\, 30} = 60'1 \text{ kN}}$$

Para obtener la tensión en DE basta con aislar el nudo E y plantear el equilibrio de fuerzas verticales. La reacción en E sólo tiene componente horizontal.

$$\Sigma F_v = 0 \quad DE - 5'2 \cos 27'07 - 51'48 \operatorname{sen} 15 = 0$$

$$\boxed{DE = 5'2 \cos 27'07 + 51'48 \operatorname{sen} 15 = 17'95 \text{ kN}}$$

De las barras estudiadas, la más cargada es la CD, calculamos el perfil para soportar esa carga

$$\sigma = \frac{F}{A} < \sigma_{adm} \rightarrow A \geq \frac{F}{\sigma_{adm}} = \frac{60100}{1000 \cdot 9'8} = 6'13 \text{ cm}^2$$

En principio, sería suficiente el IPN 80 con $A = 7'58$ cm² e $i_y = 0'91$ cm.

Verificamos a pandeo la barra EF que es la más cargada a compresión.

La longitud de la barra es $L = \frac{2}{\cos 15} = 2'07$ m

La longitud de pandeo, al estar articulada en los dos extremos será $L_p = 207$ cm.

La esbeltez $\lambda = \frac{L_p}{i_y} = \frac{207}{0'91} = 227$ y $\omega = 8'66$

$$P_{crítica} = \frac{\sigma_{adm} \cdot A}{\omega} = \frac{1000 \cdot 7'58}{8'66} = 875 \text{ Kg}$$

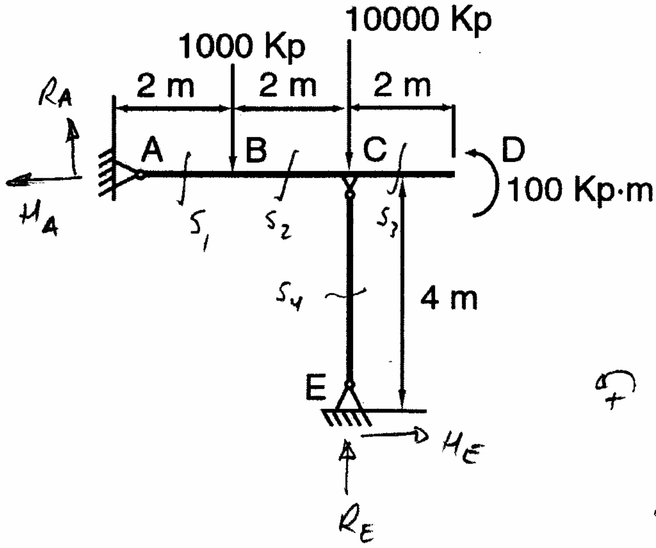
La barra está sometida a una carga de 51'48 kN

Por tanto, pandearía.

Sería necesario un IPN - 160 con $A = 22'8$ cm² e $i_y = 1'55$ cm. Entonces $\lambda = 133$, $\omega = 3'15$ y $P_{adm} = 7147$ kg, que es una carga superior a la de la viga.

Junio 2005 (examen final)

El semipórtico de la figura presenta una rótula en el nudo *C* que une el dintel *ABC* con el pilar *CE*. Recibe una carga puntual vertical de *1000 Kp* en *B* y otra carga vertical en *C* de *10000 Kp* según se indica en la figura. Además, en el extremo en voladizo *D* está aplicado un momento de *100 Kp·m*. Calcular y dibujar, acotados, los diagramas de esfuerzos normales, cortantes y momentos flectores. Dibujar también la deformada aproximada de la estructura. Indicar en qué punto la estructura se verá sometida a la máxima tensión. Calcular el perfil *IPN* necesario para la estructura si se emplea un acero *A-42* con $\sigma_{adm}=2.000$ Kg/cm^2. Verificar la resistencia a pandeo del pilar *CE*.



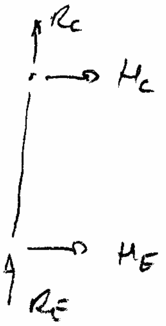
Supuestas las reacciones de la figura, las ecuaciones de la estática aplicadas a la estructura son:

$$\Sigma F_V = 0 \qquad R_A + R_E - 11000 = 0$$

$$\Sigma F_H = 0 \qquad H_E - H_A = 0$$

$$\Sigma M_A = 0 \quad -2 \cdot 1000 - 4 \cdot 10000 + 4 \cdot R_E + 4 \cdot H_E + 100 = 0$$

La estructura es hiperestática de grado 1. Si aislamos el pilar CE, cortando por la rótula, y planteamos el equilibrio de momentos en C:



$$\Sigma M_C = 0 \rightarrow H_E = 0$$

Entonces $H_A = 0$, y la ecuación de momentos del equilibrio estático resulta:

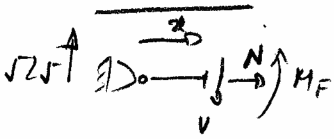
$$-2000 - 40.000 + 4R_E + 100 = 0$$

$$\boxed{R_E = \frac{41900}{4} = 10475\ Kp}$$

y $\boxed{R_A = 525\ Kp}$

Ahora estudiamos las solicitaciones en las secciones indicadas en la figura:

Sección 1

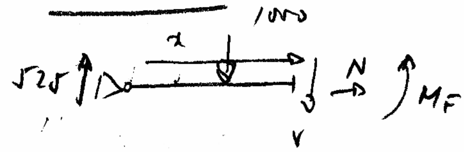


$N = 0$

$V = 525\ Kp$

$M_F = 525x\ Kp\cdot m$

Sección 2



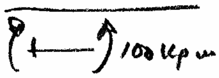
$N = 0$

$V = -475\ Kp$

$M_F = 525x - 1000(x-2)$

$M_F: 2000 - 475x\ Kp\cdot m$

Sección 3

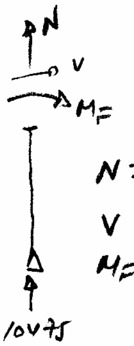


$N = 0$

$V = 0$

$M_F = 100\ Kp\cdot m$

Sección 4



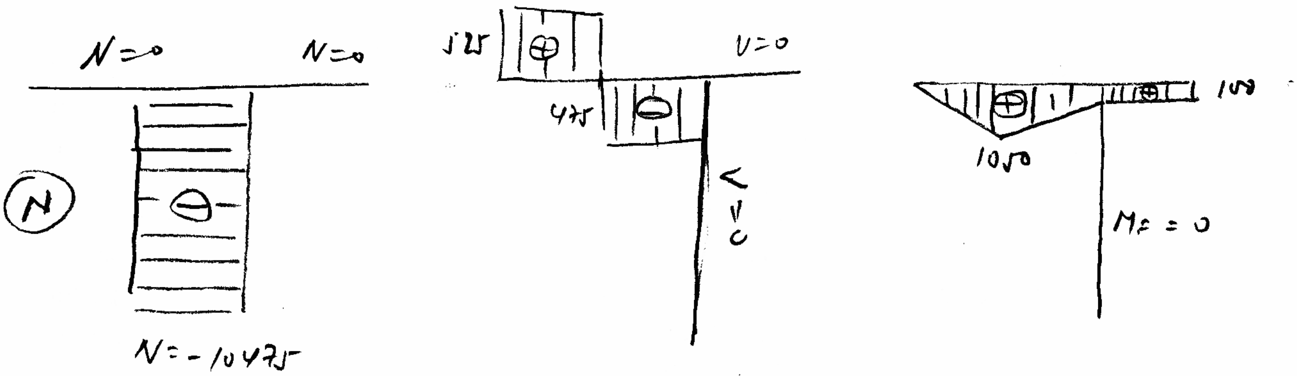
$N = -10475\ Kp$

$V = 0$

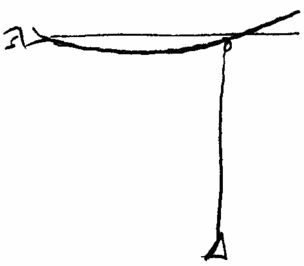
$M_F = 0$

Los diagramas pedidos son los siguientes:

Esfuerzo Normal Esfuerzo Cortante Momento Flector



Deformada



La máxima Tensión se presenta en en punto B, donde el Momento Flector es mayor.

$$W \geq \frac{M}{\sigma_{adm}} = \frac{1050 \cdot 100}{2000} = 52,5\ cm^3$$

Escogeríamos un IPN 120 con $W = 54,7\ cm^3$, $A = 14,2\ cm^2$ e $i_y = 1,23$ cm

Ahora hay que verificar el pandeo del pilar. Al estar articulado en los dos extremos $L_p = L = 400$ cm

La esbeltez $\lambda = \frac{L_p}{i_y} = \frac{400}{1,23} = 325$ que es excesiva.

No puede superar $\lambda = 250$. Entonces

$i \geq \frac{400}{\lambda_{máx}} = \frac{400}{250} = 1,6$ entonces escogemos el

IPN 180 con $i_y = 1,71$ y $A = 27,9\ cm^2$

$$\lambda = \frac{400}{1,71} = 233,9 \rightarrow \omega = 9,11$$

$$P_{adm} = \frac{\sigma_{adm} \cdot A}{\omega} = \frac{2000 \cdot 27,9}{9,11} = 6125,13\ kp$$

Luego no soportaría y habría que tantear hasta hallar un perfil adecuado.